BAREM

Proba teoretică

Sectiunea seniori

Subiectul I

Subiectul	**Parțial**	**Punctaj**
I.1. Calculăm mai întâi semiaxa mare in unitati astronomice stiind că a(UA)=a(“) ·d(pc) Cum parlaxa este 0,05” , aplicând $d=\frac{1}{\pi}$ înseamnă că distanta este d=20pc si obtinem astfel a=40UA. Dacă vom aplica legea a 3-a a lui Kepler comparativ cu orbita Pământului in jurul Soarelui $\frac{(m_1+m_2)\cdot T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G}=\frac{(m_{\odot}+m_{\oplus})\cdot(1an)^2}{(1UA)^3}$ vom obtine masa sistemului in mase solare $m_1+m_2=\frac{a^3}{T^2}=\frac{(40UA)^3}{(100ani)^2}=6,4$ mase solare Acum stiind ca distantele stelelor fată de centrul de masă al sistemului se află în raport de 1 la 4 inseamna ca si masele se afla în raport de 4 la 1 si vom obtine ca o stea are 1,28 mase solare iar cealalta 5,12 mase solare	0.5p 0.5p 0.5p 0.5p	**2 puncte**
I.2. La trecerea la meridian, timpul sideral este egal cu ascensia dreapta a stelei. Tinand seama de corecta pendulei de timp sideral, avem: t=5h18m14s – 3m19s = 5h14m55s=α . Folosind relatia δ=phi-z pentru culminatiile superioare , obtinem valoarea declinatiei. z=90° - h = 52°40’5’’ Tinand seama si de refractive R=1’3’’ , avem : z = 52°40’5’’ + 1’3’’ = 52°41’8’’ Deci , δ=43°19’1’’ - 52°41’9’’ δ=-9°22’7’’	0.5p 0.5p 0.5p 0.5p	**2 puncte**
I.3. L= La=+Lb+Lc=5%L solare=48,05L solare L/Lsolare=48,05=$10^{-0,4(M-Msolare)}$ M-Msolare=-lg48,05/0,4 rezulta ca M=0,75 M=m+5-5lgd M=1,24	0,5p 0,5p 0,5p 0,5p	**2puncte**

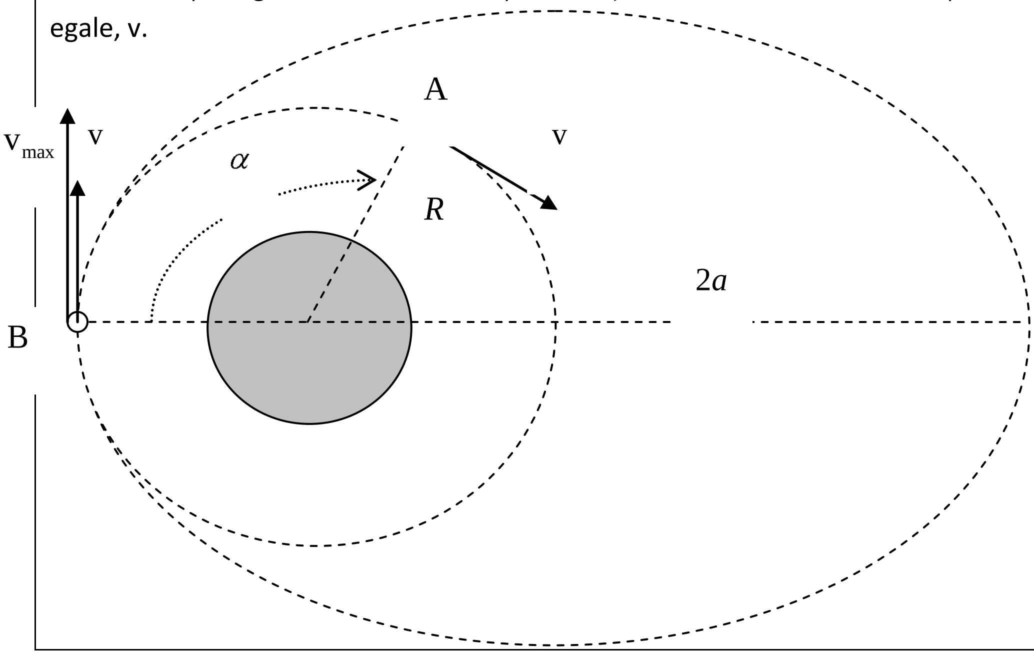
Subiectul	Parțial	Punctaj
I.4. Densitatea este masa pe volum, $\rho = \frac{m}{V}$, deci se poate calcula masa asteroidului. Deoarece asteroidul intra in repaos, energia degajata va fie gala cu energia initiala. Volumul Sferei este: $V = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{\pi}{6}(320m)^3 = 1.72\times10^7 m^3$. De aici $m = \rho V = 4.47\times10^{10} kg$ iar $K = \frac{1}{2}mv^2 = 3.55\times10^{18} J$ b) Energia degajata de 1 bomba Castle/Bravo este $15\times(4.184\times10^{15} J) = 6.28\times10^{16} J$. Raportul dintre cele doua energii degajate va da si numarul de bombe necesar $\frac{3.55\times10^{18} J}{6.28\times10^{16} J} = 56.5$ aprox. 57 bombe necesare	0.5p 1p 0.5p	**2 puncte**
Oficiu		**2 puncte**
TOTAL		**10 puncte**

Subiectul II

Subiectul	Parțial	Punctaj
I.1 Energia potentială a unei cantitătii de masă dm ce colapsează este: $E = G\frac{M\cdot dm}{R_{NS}}$ Energia radiată pe toate lungimile de undă – luminozitatea bolometrică este: $L = \frac{dE}{dt}$ $L = \frac{dm}{dt}\cdot G\cdot\frac{M}{R_{NS}}$ $L = 1,85\cdot10^{30}\ J/s$	1p 1p 0,5p 0,5p	**3 puncte**
I.2 Pentru calculul temperaturii se foloseste legea Stefan Boltzman: $j = \sigma\cdot T^4$ $j = \frac{L}{S}$ unde S este suprafata radiantă, in spetă suprafata stelei neutronice. $L = \sigma\cdot T^4\cdot 4\cdot\pi\cdot R_{NS}^2$ Rezultă $T = \left(\frac{L}{4\cdot\pi\cdot R_{NS}^2\cdot\sigma}\right)^{\frac{1}{4}}$	1p 1p 0,5p	**3 puncte**

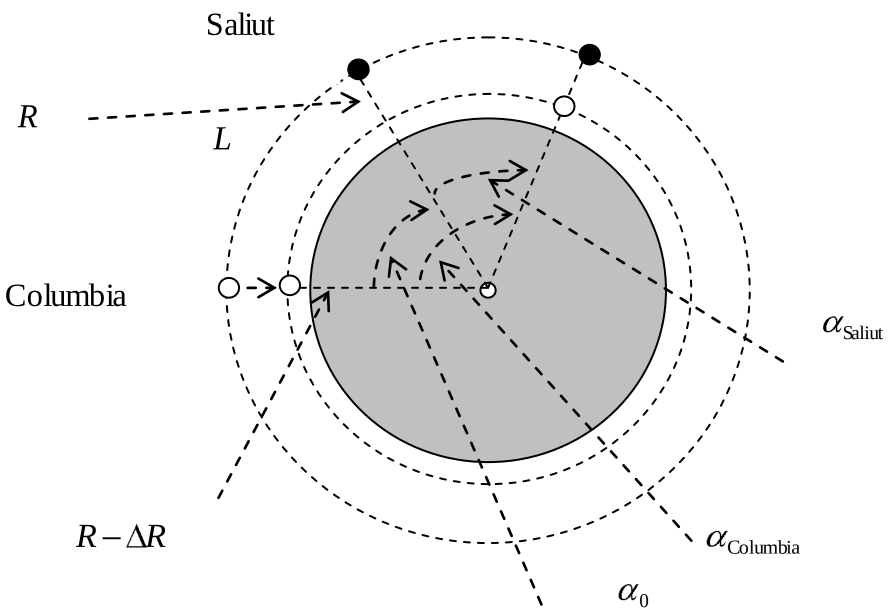
Subiectul	Parțial	Punctaj
$T = 12,7 \cdot 10^6\ K$	0,5p	
I.3 Energia per grad de libertate este: $e_0 = \frac{1}{2} \cdot k_B \cdot T$ Valoarea acestei energii este : $e_0 = 1,7 \cdot 10^{-17}\ J$ Calculată în electroni volt $e_0 = 1,06 \cdot 10^3\ eV$ Energia corespunde radiatiei X $\lambda = \frac{h \cdot c}{e_0}$ $\lambda = 1,15 \cdot 10^{-3}\ nm$	1p 0,5p 1p 0,5p	**3 puncte**
Oficiu		**1 punct**
TOTAL		**10 puncte**

Subiectul III

Subiectul	**Parțial**	**Punctaj**
a) Se demonstrează uşor că: $\omega = \frac{R_P}{R}\sqrt{\frac{g_0}{R}} = \sqrt{\frac{g_0 R_P^2}{R^3}}.$ În figură am notat: A – poziția satelitului din față; B – poziția satelitului urmăritor, când distanța unghiulară dintre sateliți este α, iar vitezele celor doi sateliți sunt egale, v. 	0,5 p 0,5 p	**4 puncte**

Subiectul	Parțial	Punctaj
Se măreşte viteza satelitului urmăritor, pănа la valoarea v_{max}, astfel încât, evoluănd pe o elipsă cu Pământul în focarul apropiat, cei doi sateliți să revină simultan în poziția B. În acel moment, viteza satelitului de pe elipsă este modificată din nou, micşorând-o pănа la valoarea inițială, v.	0,5 p	
Unghiul la centru descris de raza vectoare a satelitului rămas pe orbita circulară, fiind: $\beta = 2\pi - \alpha = \omega t$, iar perioada mişcăriii satelitului de pe elipsă este: $T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{KM}}$, din condiția $t = T$, rezultă: $t = \frac{2\pi - \alpha}{\omega}$; $\frac{2\pi - \alpha}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{KM}}$;	0,5 p	
$a = \sqrt[3]{\frac{(2\pi - \alpha)^2 KM}{4\pi^2\omega^2}}$; $\omega = \frac{R_P}{R}\sqrt{\frac{g_0}{R}} = \sqrt{\frac{g_0 R_P^2}{R^3}}$.	0,5 p	
În aceste condiții, energia totală a sistemului format din satelitul de pe elipsă şi planeta Pământ, fiind aceea dată de expresia: $E = -K\frac{mM}{2a}$,		
unde *m* este masa satelitului, pentru momentul schimbării traiectoriei satelitului urmăritor, rezultă: $E = \frac{m\mathrm{v}_{max}^2}{2} - K\frac{mM}{R} = -K\frac{mM}{2a}$; $\mathrm{v}_{max} = \sqrt{KM\left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a}\right)}$.	0,5 p 0,5 p	
Concluzie: variația modulului vitezei satelitului urmăritor, astfel încât să se poată realize joncțiunea sa cu satelitul urmărit, este: $\Delta\mathrm{v} = \mathrm{v}_{max} - \mathrm{v} = \sqrt{KM\left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a}\right)} - \sqrt{\frac{g_0 R_P^2}{R^3}}$.	0,5 p	
b) Dacă *R* şi ω_S sunt raza orbitei de bază şi respectiv viteza unghiulară ale stației cosmice Saliut, iar *R* – Δ*R* şi respectiv ω_C sunt raza orbitei temporare şi respectiv viteza unghiulară ale navetei spațiale Columbia, corespunzător intervalului de timp t_1, utilizând figura 2, rezultă: $\alpha_C = \alpha_S + \alpha_0$; $\omega_C t_1 = \omega_S t_1 + \frac{L}{R}$; $\omega_C > \omega_S$; $\omega_C - \omega_S = \frac{L}{R t_1}$; $R \approx R_P$;	0,25 p	**2,5 puncte**

Subiectul	Parțial	Punctaj
$\omega_{\mathrm{C}}-\omega_{\mathrm{S}}=\dfrac{L}{R_{\mathrm{P}}t_1}.$	0,25 p	



0,5 p

Fig. 2

Pe de altă parte, corespunzător rezulatului de la punctul a) avem:

$$\omega_{\mathrm{S}}=\frac{R_{\mathrm{P}}}{R}\sqrt{\frac{g_0}{R}}=\sqrt{\frac{g_0R_{\mathrm{P}}^2}{R^3}};$$

$$\omega_{\mathrm{C}}=\frac{R_{\mathrm{P}}}{R-\Delta R}\sqrt{\frac{g_0}{R-\Delta R}}=\sqrt{\frac{g_0R_{\mathrm{P}}^2}{(R-\Delta R)^3}};$$

$$\omega_{\mathrm{C}}-\omega_{\mathrm{S}}=\sqrt{g_0R_{\mathrm{P}}^2}\left[\sqrt{\frac{1}{(R-\Delta R)^3}}-\sqrt{\frac{1}{R^3}}\right];$$

0,25 p

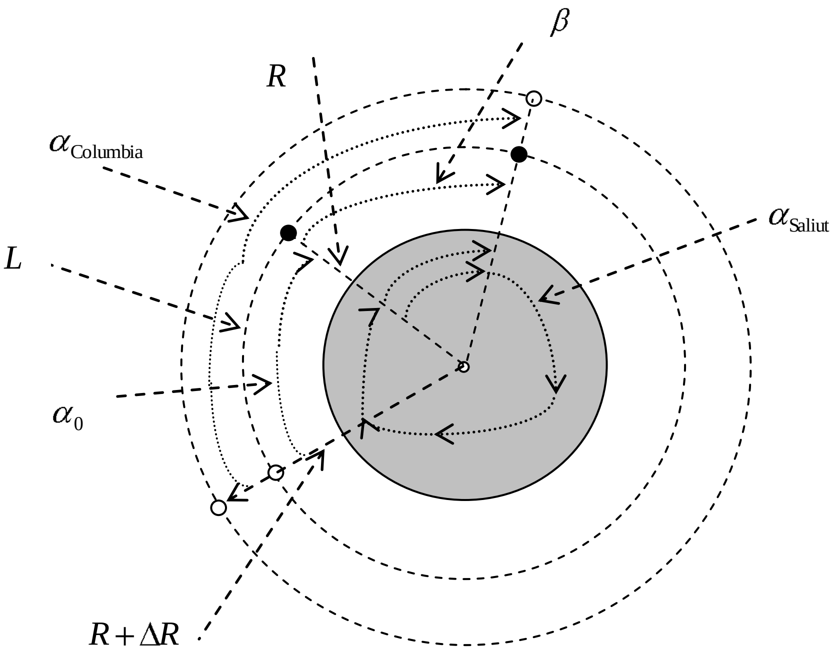
$$\omega_{\mathrm{C}}-\omega_{\mathrm{S}}=\sqrt{g_0R_{\mathrm{P}}^2}\left[\sqrt{\frac{1}{R^3\left(1-\frac{\Delta R}{R}\right)^3}}-\sqrt{\frac{1}{R^3}}\right];$$

$$\omega_{\mathrm{C}}-\omega_{\mathrm{S}}=\sqrt{g_0R_{\mathrm{P}}^2}\,\frac{1}{\sqrt{R^3}}\left[\sqrt{\frac{1}{\left(1-\frac{\Delta R}{R}\right)^3}}-1\right];$$

0,25 p

$$R\approx R_{\mathrm{P}};$$

Subiectul	Parțial	Punctaj
$\omega_C - \omega_S = \sqrt{\frac{g_0}{R_P}}\left[\sqrt{\frac{1}{\left(1-\frac{\Delta R}{R_P}\right)^3}} - 1\right];$	0,25 p	
$\sqrt{\frac{1}{\left(1-\frac{\Delta R}{R_P}\right)^3}} = \left(1-\frac{\Delta R}{R_P}\right)^{-3/2} \approx 1 + \frac{3}{2}\frac{\Delta R}{R_P};$	0,25 p	
$\omega_C - \omega_S = \sqrt{\frac{g_0}{R_P}} \cdot \frac{3}{2}\frac{\Delta R}{R_P};$	0,25 p	
$\omega_C - \omega_S = \frac{L}{R_P t_1};$		
$\Delta R = \frac{2L}{3t_1}\sqrt{\frac{R_P}{g_0}}.$	0,25 p	
Observație: manevra specială rapidă în urma căreia naveta spațială a trecut pe o orbită temporară mai joasă a avut ca rezultat creşterea vitezei unghiulare a navetei spațiale $(\omega_C > \omega_S)$, făcând astfel posibilă ajungerea din urmă a stației cosmice şi joncțiunea acestora.		
c) Dacă în urma unei manevre speciale rapide naveta spațială Columbia a trecut pe o orbită temporară mai înaltă, aceasta a avut ca rezultat o scădere a vitezei sale unghiulare $(\omega_C < \omega_S)$, făcând astfel imposibilă ajungerea din urmă a stației cosmice Saliut.		**2,5 puncte**
Şi totuşi, joncțiunea celor două vehicole se va realiza atunci când, evoluând cu o viteză unghiulară mai mare $(\omega_S > \omega_C)$, stația cosmică Saliut va ajunge din urmă la naveta spațială Columbia.	0,25 p	
Dacă *R* şi ω_S sunt raza orbitei de bază şi respectiv viteza unghiulară ale stației cosmice Saliut, iar *R* + Δ*R* şi respectiv ω_C sunt raza orbitei temporare şi respectiv viteza unghiulară ale navetei spațiale Columbia, corespunzător intervalului de timp t_2, utilizând figura 3, rezultă:		
$\alpha_C = \alpha_0 + \beta;\ \alpha_C = \omega_C t_2;$		
$\alpha_S = 2\pi + \beta;\ \alpha_S = \omega_S t_2;$		
$\omega_S > \omega_C;$		
$\beta = \alpha_C - \alpha_0;$		
$\alpha_S = 2\pi + \alpha_C - \alpha_0;$		
$\alpha_S - \alpha_C = 2\pi - \alpha_0;$		

Subiectul	Parțial	Punctaj
$\omega_S t_2 - \omega_C t_2 = 2\pi - \frac{L}{R}$; $\omega_S - \omega_C = \frac{2\pi R - L}{R t_2}$;	0,5 p	
$R \approx R_P$; $\omega_S - \omega_C = \frac{2\pi R_P - L}{R_P t_2}$; $\omega_S > \omega_C$.	0,25 p	
 **Fig. 3**	0,5 p	
Pe de altă parte, corespunzător rezulatului de la punctul a) avem: $\omega_S = \frac{R_P}{R}\sqrt{\frac{g_0}{R}} = \sqrt{\frac{g_0 R_P^2}{R^3}}$; $\omega_C = \frac{R_P}{R+\Delta R}\sqrt{\frac{g_0}{R+\Delta R}} = \sqrt{\frac{g_0 R_P^2}{(R+\Delta R)^3}}$; $\omega_S - \omega_C = \sqrt{g_0 R_P^2}\left[\sqrt{\frac{1}{R^3}} - \sqrt{\frac{1}{(R+\Delta R)^3}}\right]$; $\omega_S - \omega_C = \sqrt{g_0 R_P^2}\left[\sqrt{\frac{1}{R^3}} - \sqrt{\frac{1}{R^3\left(1+\frac{\Delta R}{R}\right)^3}}\right]$;		

Subiectul	Parțial	Punctaj
$$\omega_S - \omega_C = \sqrt{g_0 R_P^2}\,\frac{1}{\sqrt{R^3}}\left[1-\frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{\Delta R}{R}\right)^3}}\right];$$ $$R \approx R_P;$$ $$\omega_S - \omega_C = \sqrt{\frac{g_0}{R_P}}\left[1-\frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{\Delta R}{R_P}\right)^3}}\right];$$ $$\frac{1}{\sqrt{\left(1+\frac{\Delta R}{R_P}\right)^3}} = \left(1+\frac{\Delta R}{R_P}\right)^{-3/2} \approx 1 - \frac{3}{2}\frac{\Delta R}{R_P};$$ $$\omega_S - \omega_C = \sqrt{\frac{g_0}{R_P}}\cdot\frac{3}{2}\frac{\Delta R}{R_P};$$ $$\omega_S - \omega_C = \frac{2\pi R_P - L}{R_P t_2};$$ $$\Delta R = \frac{2(2\pi R_P - L)}{3t_2}\sqrt{\frac{R_P}{g_0}}.$$ ***Observație:*** manevra specială rapidă, în urma căreia naveta spațială Columbia a trecut pe o orbită temporară mai înaltă, a avut ca rezultat scăderea vitezei sale unghiulare $(\omega_C < \omega_S)$, făcând astfel posibil ca ea să fie ajunsă din urmă de stația Saliut, pentru realizarea joncțiunii lor.	0,25 p 0,25 p 0,25 p 0,25 p	
Oficiu		**1 punct**
Total		**10 puncte**